

LA MODELISATION COMME CONSTRUCTION THEORIQUE

Jean Dhombres (CNRS- EHES- Centre A. KOYRE)

Angèle Kremer Marietti (Université Jules Verne)

Résumé

L'expérimentation ne vient pas d'emblée, et l'on tend à la décrire aujourd'hui à partir de la notion de modèle, à laquelle il faut associer la modélisation. Essentiellement opératoire, le modèle peut devenir un outil d'observation, de calcul ou de prévision. Descriptif et/ou prédictif, tel l'échiquier du début d'Alice au pays des merveilles (1865) de Lewis Carroll, le couple modèle/modélisation a une valeur représentative, dont on peut explorer le statut méthodologique ou épistémologique. Loin d'épuiser le phénomène étudié, le modèle témoigne d'un point de vue parmi d'autres possibles, comme un réseau de causalités, et sert comme une hypothèse, à la fois organisatrice des faits rassemblés et réductrice de ceux-ci.

ملخص

لا يأتي التجريب على الفور، و نحن نحاول تصويره اليوم انطلاقا من مفهوم النموذج الذي يجب ان نضيف اليه النمذجة. يمكن للنموذج الذي هو وظيفي بالاساس ان يصير أداة للملاحظة والحساب و التنبؤ. سواء أكان وصفا و/أو تنبؤيا على غرار رقعة الشطرنج المائلة في بداية قصة أليس في بلاد العجائب (1865) للويس كارول، يمتلك الزوج نموذج/نمذجة قيمة تمثيلية بإمكاننا استكشاف مكانتها الميتودولوجية و الابستيمولوجية. بعيدا عن استنفاد كل الظاهرة المدروسة، لا يمثل النموذج سوى وجهة نظر واحدة من بين وجهات نظر أخرى ممكنة، و ذلك على نحو يشبه شبكة عنكبوتية سببية، فهو يشغل كفضية تقوم بتنظيم الوقائع و اختزالها في الوقت نفسه.

Abstract

The experimentation does not come immediately. We are tending nowadays to describe it from the notion of model associated to modeling. Being essentially functional, the model can be a device for observation, calculus and prevision. Descriptive and/ or predictive, like the chessboard in the beginning of Alice in Wonderland (1865) of Lewis Carroll, the couple model/modeling has a representative value that we can explore its methodological and epistemological status. Far from exhausting the phenomenon in question, the model expresses one point of view among others all possible, like a web of causalities, and functions like a hypothesis organizing the facts and reducing them at the same time.

Dans les sciences empiriques (sciences de la nature et sciences humaines), les problèmes à résoudre ne sont pas purement formels ; l'*expérimentation* est l'emploi systématique de l'expérience scientifique : au moyen d'un appareillage, ou d'une collecte de données, elle applique une méthode éprouvée de découverte des conséquences d'une théorie. L'expérimentation ne vient pas d'emblée, et l'on tend à la décrire aujourd'hui à partir de la notion de *modèle*, à laquelle il faut associer la *modélisation*.

Doué d'une double face abstraite-concrète, en une première acception, un *modèle* se fait le médiateur entre un champ théorique, dont il est une interprétation, et un champ empirique, dont il est une formalisation et une organisation. Essentiellement opératoire, le modèle peut devenir un outil d'observation, de calcul ou de prévision. Descriptif et/ou prédictif, tel l'échiquier du début d'*Alice au pays des merveilles* (1865) de Lewis Carroll²⁰³, le couple modèle/modélisation a une valeur représentative, dont on peut explorer le statut méthodologique ou épistémologique. Loin d'épuiser le phénomène étudié, le modèle témoigne d'un point de vue parmi d'autres possibles, comme un réseau de causalités, et sert comme une hypothèse, à la fois organisatrice des faits rassemblés et réductrice de ceux-ci.

Modéliser, ou faire une *modélisation*, c'est à partir d'un modèle trouver les expressions mathématiques qui représentent schématiquement et analogiquement un processus phénoménal. La phase de choix d'une modélisation est à proprement parler une *mathématisation*. Mais la modélisation n'est pas la simple traduction des données d'une discipline en un autre langage. Elle requiert les mathématiques pour figer le modèle en ce sens qu'on ne puisse plus subrepticement faire appel à des propriétés qui seraient ajoutées au modèle ainsi pris comme point de vue. Les mathématiques sont alors un outil épistémologique.

Deux mouvements sont possibles. Ou bien, on peut aller de la modélisation adoptée sur le modèle vers le réel, avec des moyens prédictifs, mathématiques

*Extrait de *L'épistémologie, état des lieux et positions*, Paris , Ellipses, 2006, pp.11-17.

²⁰³ Charles Dodgson, dit Lewis Carroll (1832-1898), auteur de *La logique symbolique* (1896).

et calculatoires, permettant d'anticiper des événements ou des situations, comme prévoir le moment de retour d'une comète, mais aussi le temps météorologique, évaluer le comportement des actifs financiers, prévoir le développement des épidémies, ou le déroulement d'une catastrophe comme un ouragan. Des variables connues, 'explicatives', sont utilisées pour déterminer des variables inconnues, dites 'à expliquer' : en ce cas, le réel confirme le point de vue du modèle selon la forme qu'a adoptée la modélisation. Ou bien, on peut aller du réel vers la modélisation puis vers le modèle, à partir de moyens descriptifs, ce qui permet de représenter des données historiques rendant compte d'une masse d'informations. Ainsi, on peut, par exemple, affecter un compte à des événements économiques réels pour caractériser ces derniers, à partir de quoi on présente de manière standard la situation économique d'entreprises ou de pays (par exemple le PNB). En ce cas, le modèle sous la forme particulière de la modélisation choisie a tendance à remplacer le réel²⁰⁴. Autrement dit, cette façon de faire « réalise » donc les mathématiques.

Autre possibilité pour un modèle, il peut s'agir de l'interprétation physique d'un arrangement formel ou schéma théorique qui est pris comme modélisation : le modèle devient ainsi une fiction d'un certain genre. Or, un même système formel peut être interprété physiquement ou phénoménalement de plusieurs façons, et il y a donc plusieurs représentations possibles d'une même modélisation ; différentes théories peuvent en sortir, mais elles ont un moule commun. Dans ce cas, le modèle sert de représentation heuristique permettant de développer une théorie, presque comme une structure ne demandant qu'à s'enrichir des réalisations. Les logiciens ont établi une théorie des modèles qui théorise cette forme particulière de rapport de la modélisation au modèle.

On peut la schématiser comme suit : Soit F une formule (un énoncé) quelconque en X . Une classe M d'objets est appelée un modèle de X si chaque formule F en X est vraie en M . Si X est l'ensemble d'axiomes d'une théorie logico-mathématique, alors M est un modèle de cette théorie. Dans cette acception, chaque modèle ou représentation apporte en plus à la structure commune ses modes privilégiés de calcul et de pensée. À la fin du XIX^e siècle, des modèles euclidiens des géométries non euclidiennes ont ainsi été

²⁰⁴ En ce sens les éphémérides planétaires du Bureau des longitudes, calculées sur la mécanique céleste, remplacent le réel que forment les planètes du système solaire.

construits. Poincaré²⁰⁵ a, par exemple, effectué en 1891²⁰⁶ le travestissement d'une géométrie non-euclidienne dans les objets de la géométrie euclidienne (demi-plan de Poincaré). Scott Walter (1997) a souligné que, dès l'époque de sa découverte, la géométrie non euclidienne, présentée comme la science de l'espace absolu, n'avait pas convaincu de sa cohérence interne (ou de l'indépendance du postulat des parallèles), aussi la découverte de modèles dans l'espace euclidien, considéré comme un espace de la perception ou de la physique, confirmait la cohérence relative de ces géométries, la réduisant à celle de la géométrie euclidienne. En outre, ces géométries devenaient presque visibles par le biais euclidien : « L'appel que faisaient les modèles à l'intuition visuelle donnait une impulsion nouvelle à l'idée d'un espace courbe. À travers les modèles à trois dimensions, l'espace physique, ou "l'espace de l'expérience" est devenu aussi le théâtre de la géométrie non euclidienne ». ²⁰⁷ C'est donc par l'épreuve de réalisation dans l'euclidien du logiquement possible du non-euclidien que le cadre de référence de la physique s'est enrichi d'une perception plus précise, et plus exacte, du réel.

Au sens ici utilisé, on peut dire que la théorie des modèles est une modélisation de l'idée de modèle. Inversement, il faut aussi apprécier comment la mathématisation contraint un modèle. On peut dire en effet que le choix d'une fonction particulière, analytique par exemple, $f(x)$, pour indiquer une dépendance ou une causalité dans un modèle, est fondamentalement une modélisation : elle établit, à la base du concept de 'loi scientifique', une spécification du modèle de la dépendance qui peut survenir entre plusieurs ordres de phénomènes délimités. Ils sont représentés chacun par les variables x et y , et celles-ci peuvent elles-mêmes désigner des variables plus riches, comme $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ dans un espace de dimension n , voire l'appartenance de x à un espace de dimension infinie (comme un espace de Hilbert²⁰⁸ en mécanique quantique). Autre modélisation de la dépendance entre x et y , il peut

²⁰⁵ Henri Poincaré (1854-1912).

²⁰⁶ Cf. Henri Poincaré, « Les géométries non euclidiennes », *Revue générale des sciences pures et appliquées* 2, 1891, 769-774.

²⁰⁷ Cf. Scott Walter, « La vérité en géométrie: sur le rejet de la doctrine conventionnaliste », *Philosophia Scientiae* 2, 1997, 103-105.

²⁰⁸ David Hilbert (1862-1943). Évariste Galois (1811-1932).

Il y a une fonction implicite comme disent les mathématiciens, c'est-à-dire une relation $f(x,y)$ qui ne se résout pas nécessairement sous la forme $y=g(x)$. Un ordre plus précis de dépendance que l'ordre fonctionnel peut aussi survenir, comme celui qui a été établi par Évariste Galois entre les racines d'un polynôme et les coefficients de celui-ci : ce sont les propriétés de correspondance de structure algébrique qui sont alors en cause, morphismes ou fonctions préservant une forme.

L'activité modélisante, c'est-à-dire l'établissement de modèles et de modélisations, associe généralement à un phénomène empirique, ou disons déjà connu, un schéma symbolique, avec pour fondement l'analogie, sa finalité étant soit la découverte, soit la justification. La modélisation, qui ne peut qu'être mathématique, peut quelquefois seule assumer la double fonction heuristique et justificative, en ce sens que l'on n'a pas besoin de spécifier un modèle. On doit pouvoir alors parler plutôt d'une théorie, le modèle lorsqu'il s'avère nécessaire pouvant plutôt être analysé comme un récit.

Le problème épistémologique concernant le modèle est celui de la validité de la modélisation choisie, et de ses capacités de généralisation, tout en sachant qu'un modèle peut avoir quelques contradictions, moins importantes que ses régularités. S'impose en tout cas le principe de l'isomorphisme concernant les situations et les formes. Comme l'exprime justement P. Parlebas (1990) : « deux situations seront placées dans une même classe d'équivalence, et donc réputées de la même catégorie, si l'on montre qu'elles possèdent la même structure »²⁰⁹. Un cas marqué d'isomorphisme entraîne un pouvoir d'interprétation certain. Représentée par un modèle précis, la situation voit toutes les propriétés logico-mathématiques du modèle exactement et automatiquement transposables à la situation initiale. Un exemple historique est celui de la théorie analytique de la chaleur due à J. Fourier²¹⁰. À partir d'un modèle d'échanges de chaleur, et sans hypothèse sur la nature même de la

²⁰⁹ Cf. P. Parlebas, *Encyclopédie Philosophique Universelle*, tome 2, Paris, PUF, 1990, p. 1648.

²¹⁰ Joseph Fourier (1768-1830). Voir J. Dhombres, J.B. Robert, *Fourier, créateur de la physique mathématique*, Paris, Belin, 1988.

chaleur (comme le souligne Auguste Comte²¹¹ dans son *Cours de philosophie positive*), Fourier prouve la nature proprement ondulatoire de la chaleur ; c'est par l'analyse de son modèle qu'il obtient une nouvelle modélisation de la propagation. Elle peut se dire théorie analytique de la chaleur. D'une part, il montre une équation de propagation semblable à celle des ondes obtenue une cinquantaine d'années auparavant dans l'étude de la vibration des cordes d'un violon, par exemple. D'autre part, grâce à la méthode de résolution de cette équation qui fait intervenir les conditions aux limites et va jusqu'au numérique le plus précis et dépend de l'invention des séries et des intégrales dites de Fourier, il montre que les modes privilégiés ou propres des ondes de chaleur, ne dépendent que de la géométrie du corps solide dans lequel se propage la chaleur. Si le toucher était suffisamment sensible au chaud et au froid, on pourrait sentir ainsi la géométrie des corps. De la même façon, si l'ouïe était suffisamment sensible, on pourrait entendre la forme d'un tambour.

Cette idée d'isomorphisme, qui vaut pour les modèles comme pour les modélisations, présuppose que le modèle est déjà mathématisé. Si l'on découvre un même schéma invariant sous-jacent à divers récits, la notion de modèle devient possible aussi en sciences humaines. C'est ce qu'affirme Vladimir Propp en s'appuyant sur les contes merveilleux russes²¹². Claude Lévi-Strauss marchait sur ces traces quand il dégagait les structures des systèmes de parenté et des mythes et l'appuyait sur la modélisation que représentait l'algèbre des groupes²¹³. Le modèle comme récit anthropologique s'appuie sur la modélisation dont les calculs sont automatiquement ceux de la théorie des groupes, mais reste cependant le choix, propre à la mathématisation, du type de groupe. L'épistémologie d'une science humaine comme l'économie, ou celle d'un domaine scientifique comme la recherche opérationnelle ont fait progresser les conditions formelles de la connaissance par la notion de modélisation statistique. Ces disciplines ont vocation à être prédictives, c'est-à-dire conduire à une action.

²¹¹ Auguste Comte (1798-1857), *Cours de philosophie positive* (notre sigle CPP), Paris, Hermann, 1975, I : voir, dans l'ancien tome II (1835), la 30^{ème} et surtout la 31^{ème} leçon qui se termine par un éloge funèbre de Fourier, d'ailleurs auquel est dédié, ainsi qu'à Blainville, le *Cours de philosophie positive*.

²¹² V. Propp, *Morphologie du conte*, Paris, Le Seuil, 1970 .

²¹³ C. Lévi-Strauss, *Anthropologie structurale II*, Paris, Plon, 1973.

La *prédiction* est l'opération par laquelle une hypothèse est posée, c'est-à-dire la vérité d'un énoncé à expliquer (*explanandum*) inféré d'un énoncé explicatif (*explanans*) avant que l'événement dénoté par l'énoncé *explanandum* ou le phénomène *explanandum* ne se soit produit. La prédiction dépend nécessairement des outils d'extrapolation que donne une théorie, ou plus simplement un modèle investi dans une modélisation. La théorie ou la modélisation permettent de contrôler l'expérimentation, souvent même de l'orienter. Il n'est pas rare que le processus de modélisation, qui conduit l'expérimentation, contraigne alors à réviser le modèle qui lui a donné naissance. Il y a effectivement des échanges entre modèle et modélisation, du moins dans la phase de constitution ou d'invention : d'une part, il y a la contrainte logique et même ontologique que produit la modélisation ; d'autre part, le modèle requiert des calculs efficaces qu'une première modélisation ne satisfait pas. On peut estimer que les échanges sont stabilisés lorsque l'on parle de théorie. Mais nous verrons au chapitre VII comment l'on peut dire que la modélisation que devint la mécanique céleste à la Laplace²¹⁴ a contraint Einstein à modifier la théorie newtonienne elle-même. Quand la modélisation use de moyens mathématiques probabilistes, la prédiction qu'elle fournit ne peut qu'être de type probabiliste. On peut considérer, par exemple, des modélisations prédictives en analyse de données spatiales pour la cartographie du risque de glissements de terrain.

La *rétrodition* est une prédiction à rebours ; elle concerne un fait que l'on aurait pu prédire (avant qu'il ne se produise) si l'on avait possédé l'information requise tout comme la théorie dont on dispose actuellement pour l'expliquer. Par exemple, à partir de l'explosion, en Indonésie, du volcan de Tambora, en avril 1815, et des coulées de laves pyroplastiques, on aurait pu prédire les famines qui devaient sévir en Europe durant l'année 1816 et entraîner une grave recrudescence de la mortalité.

²¹⁴ P. S. de Laplace (1749-1827).